Physikalische Konstanten

Erdbeschleunigung (Erdoberfläche Bingen)	$g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
Gravitationskonstante	$\gamma = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
Erdradius	$r_E = 6371\ km$
Erdmasse	$m_E = 5{,}9736 \cdot 10^{24}\ kg$
Sonnenmasse	$m_S = 1{,}9891 \cdot 10^{30}\ kg$
Sonnenradius	$r_S = 696000\ km$
Mondmasse	$m_M = 7{,}3483 \cdot 10^{22}\ kg$
Mondradius	$r_M = 1737\ km$
mittlerer Abstand Sonne-Erde	$a_{SE} = 149{,}6 \cdot 10^6\ km = 1\ AE$
mittlerer Abstand Mond-Erde	$a_{ME} = 384000\ km$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2{,}9979 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$
Elementarladung	$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ C$
Dielektrizitätskonstante des Vakuums	$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\ A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1} \quad [C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}]$
Permeabilität des Vakuums	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$
Universelle Gaskonstante	$R = 8{,}31447\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
Avogadro-Konstante	$N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
Boltzmann-Konstante	$k = 1{,}380662 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
Planck-Konstante	$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s = 4{,}1357 \cdot 10^{-15}\ eV \cdot s$
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = 5{,}6704 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Wiensche Verschiebungskonstante	$a = 2897{,}8\ \mu m \cdot K$
Ruhemasse Elektron	$m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ kg$
Ruhemasse Proton	$m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ kg$
Bohrscher Radius	$a_0 = 0{,}5292 \cdot 10^{-10}\ m$
Rydberg-Konstante	$R_\infty = 10973731{,}57\ m^{-1}$
Bohr-Magnetron	$\mu_B = 927{,}4\ J \cdot T^{-1}$

Formelsammlung

Dynamik von Massenpunkten, Kräfte

Momentangeschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$

Momentanbeschleunigung $\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$

Spezialfall der gleichförmig beschleunigten, geradlinigen Bewegung $a(t) = a_0$:

$$v = v_0 + a_0 t = \sqrt{v_0^2 + 2a_0(s - s_0)}$$

$$s = s_0 + v_0 t + ½ \cdot a_0 t^2$$

Impuls: $\vec{p} = m\vec{v}$

Trägheitsgesetz: Ein Körper verharrt in Ruhe oder geradlinig gleichförmiger Bewegung, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn wirken: $\sum \vec{F}_a = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const.}$

Aktionsgesetz: $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Spezialfall m = const.: $\vec{F} = m\vec{a}$

Wechselwirkungsgesetz: actio = reactio (Reaktionsprinzip)

Wird auf einen Körper aus seiner Umgebung eine Kraft ausgeübt, dann wirkt der Körper mit einer gleich großen aber entgegengesetzt gerichteten Kraft zurück.

Gewichtskraft $\vec{F}_g = m\vec{g}$ (g ortsabhängig; bei uns 9,81 m/s²)

elastische Rückstellkraft $\vec{F}_{el} = -k\vec{s}$

(Hooksches Gesetz; k: Federkonstante)

Kraftstoß: $\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$

Spezialfall $\vec{F} = \vec{F}_0 : \Delta\vec{p} = \vec{F}_0 \Delta t$

Beschleunigte Bezugssysteme

Im gegenüber einem ruhenden Bezugssystem mit $\vec{a}$ gleichmäßig beschleunigten Bezugssystem wirkt die Trägheitskraft $\vec{F}_t = -m\vec{a}$

Rotierendes Bezugssystem: Rotation auf Kreisbahn mit Radius r

Bogenlänge $s(t) = r\,\varphi(t)$

Ortsvektor $\vec{r} = r\begin{pmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ 0\end{pmatrix}$

Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} = 2\pi\dot{N}$ ($\dot{N}$: Drehzahl)

Bahngeschwindigkeit $v = \omega r$

(allgemein: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$)

Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$

Zentripetalkraft (Zwangskraft) $\vec{F}_{Zp} = -m\omega^2\vec{r} = -m\vec{a}_{Zp}$ zeigt zum Kreismittelpunkt

Zentripetalbeschleunigung $\vec{a}_{Zp} = -\omega^2\vec{r}$

Zentrifugalkraft (Trägheitskraft) $\vec{F}_{Zf} = -m\vec{a}_{Zp} = m\omega^2\vec{r}$

Corioliskraft $F_{Cor} = 2m\omega \cdot v_m \sin(v_m, \omega)$

($\vec{F}_{Cor} = 2m(\vec{\omega} \times \vec{v}_m)$)

"Dreifingerregel"; v_m: Geschwindigkeit der Punktmasse

Reibungskräfte:

Festkörper-Festkörper $F_{RG} = \mu_G F_N$ "Coulombsches Reibgesetz"

F_N: Normalkraft; μ_G Gleitreibungszahl

$F_{RG} = \mu_R F_N$;μ_R Rollreibungszahl

$F_{RH} \leq \mu_H F_N$; μ_H: Haftreibungszahl

Festkörper-Flüssigkeit $F_R = \eta A \frac{dv}{dh}$ "Newtonsches Reibgesetz"

η dynamische Viskosität; F_R/A: Schubspannung

z.B. Rohr laminar durchströmt $F_R = 8\pi\eta l\bar{v}$; $\bar{v} = \frac{\Delta V / \Delta t}{\pi R^2}$; R: Rohrradius

z.B. Kugel laminar umströmt $F_R = 6\pi\eta R v$ "Stokes Reibungsgesetz"

R: Kugelradius

Festkörper in turbulenter Strömung (Gasströmung):

Strömungswiderstand $F_W = F_R + F_D = c_W A \frac{\rho v^2}{2}$

c_W: Widerstandsbeiwert; ρ: Gasdichte; A: angeströmte Querschnittsfläche; v: Strömungsgeschwindigkeit

Kraftfelder, Feldstärken

Gravitationsgesetz (Punktmassen) $\vec{F}_g = -\gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

Gravitationsfeldstärke $\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} = -\gamma \cdot \frac{M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

Coulombkraft (Punktladungen) $\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

Vorzeichen der Ladungen q, Q beachten!

Elektrische Feldstärke $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

B-Feld: magnetische Flussdichte, magnetische Induktion

elektrischer Strom $I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$

langer, gerader Draht $\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$

r: radialer Abstand vom Draht

lange Spule $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI}{L}$

N: Windungszahl; L: Spulenlänge

Arbeit, Leistung, Energie

Arbeit $\Delta W = \int_{s1}^{s2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{s1}^{s2} F\, ds \cos\varphi \quad ; \quad \begin{pmatrix} > 0: \text{Aufwand} \\ < 0: \text{Gewinn} \end{pmatrix}$

Hubarbeit $\Delta W = mg\Delta h$

Beschleunigungsarbeit $W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$

Mittlere Leistung $\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Momentanleistung $P = \dot{W} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_{abgeführt}}{W_{zugeführt}}$

Energie einer gespannten Feder: $E_{el} = \frac{1}{2} ks^2$

potentielle Energie einer Ladung
im Plattenkondensator: $E_{pot} = q \cdot E \cdot d$
d: Abstand der Platte mit
entgegengesetztem Ladungsvorzeichen

Energieerhaltungssatz

Im abgeschlossenen System bleibt die Summe aller Energien konstant. (Entsteht Wärme, so muss diese als Energieform berücksichtigt werden!)

…… konservative Kraftfelder

Arbeit (Gravitation) $W_{A \to B} = \gamma m m_E \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$

potentielle Energie $E = -\gamma m m_E \frac{1}{r}$

Gravitationspotential $\Phi = -\gamma m_E \frac{1}{r}$

elektrisches Potential $\Phi = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$

elektrische Spannung $U_{12} = \Phi_1 - \Phi_2$

Plattenkondensator $U = E \cdot d$; d: Plattenabstand

Impulserhaltungssatz

Der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems aus Massenpunkten ist zeitlich konstant.

Bei Wechselwirkung wie Stößen gilt:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' + ... + m_n\vec{v}_n'$$

z.B. zentraler elastischer Stoß: $v_1' = \dfrac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$

Dynamik starrer Körper

Schwerpunkt von Punktmassen: $\vec{r}_S = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n}$

Dichte $\rho = m/V$

Schwerpunkt eines starren Körpers $\vec{r}_S = \dfrac{1}{m}\int_{Vol}\vec{r}\rho dV$

Schwerpunktsatz: $\vec{F}_a = m_{ges}\vec{a}_S = m_{ges}\ddot{\vec{r}}_S$

Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$;

Bewegung in Ebene: $\vec{L} = J\vec{\omega}$

Massenträgheitsmoment $J = \int_{Vol} r^2 dm = \int_{Vol} \rho(r) r^2 dV$

Drehung um

Punktsymmetrieachse: Vollzylinder $J = \frac{1}{2}mr^2$

Hohlzylinder $J = \frac{1}{2}m(r_a^2 + r_i^2)$

Vollkugel $J = \frac{2}{5}mr^2$

dünne Kugelschale $J = \frac{2}{3}mr^2$

Satz von Steiner $J_A = J_S + mr_{SA}^2$;

r_{SA} Abstand Schwerpunkt-Achse

Drehimpulssatz $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}}$

speziell J = const. $\vec{M} = J\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\alpha}$

"Grundgesetz der Drehdynamik"

Drehmomentstoß: $\Delta\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}(t)dt$

speziell $\vec{M} = \vec{M}_0$: $\Delta\vec{L} = \vec{M}_0 \Delta t$

Drehimpulserhaltung:

Wenn keine äußeren Kräfte wirken, bleibt der Gesamtdrehimpuls zeitlich konstant.

$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots + \vec{L}_n = \vec{L}_1' + \vec{L}_2' + \ldots + \vec{L}_n'$ mit $\vec{L}_i = J\vec{\omega}_i$

Rotationsarbeit: $W_{rot} = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} \vec{M}(\varphi) \cdot d\vec{\varphi}$

Beschleunigungsarbeit: $W_{rot} = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} J\vec{\alpha} \cdot d\vec{\varphi} = \frac{1}{2} J(\omega_2^2 - \omega_1^2)$

Torsionsfeder: $W_{rot} = \frac{1}{2} k^* (\varphi_2^2 - \varphi_1^2) \text{ mit } M = k^* \varphi$

k^*: Winkelrichtgröße

Leistung: $P_{rot} = \frac{dW}{dt} = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

Rotationsenergie: $E_{rot} = \frac{1}{2} J\omega^2$

Deformierbare Festkörper

Druck (bzw. Spannung): $p = \frac{F}{A} = \frac{\text{Normalkraft}}{\text{Fläche}}$

(bzw. $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\text{Zugkraft}}{\text{Fläche}}$)

Hooksches Gesetz: $\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l_0}$;E: Elastizitätsmodul

Kompression: $\Delta p = -K\frac{\Delta V}{V_0}$;K: Kompressionsmodul

Kompressibilität: $\kappa = \frac{1}{K} = -\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dp}$

Scherbeanspruchung: $\tau = \frac{\text{Tangentialkraft}}{\text{Fläche}} = G\gamma$

G: Schubmodul

Ruhende Flüssigkeiten und Gase

Schweredruck (Flüssigkeit) $\Delta p_s = \rho_{Fl} g \Delta h$; (Auftrieb $F_A = \rho_{Fl} g V_{verd}$)

Hydrostatischer Druck $p = p_1 + \rho_{Fl} g h$

Oberflächenspannung $\sigma = \frac{dW}{dA}$

kapillare Steighöhe $h_k = \frac{2\sigma \cos\alpha}{\rho g r}$

r: Radius Kapillare

Schweredruck eines Gases $p = p_0 \exp(-\frac{\rho_0 T_0 g h}{p_0 T})$

Erdatmosphäre $p = p_0 \exp(\frac{-h}{7{,}99 km})$

Thermische Ausdehnung

Temperaturskala T/K = ϑ/°C + 273,15 ; $\Delta T = \Delta\vartheta$

absolute Länge $l_2 = l_1 [1 + \alpha(T_2 - T_1)]$

relative Längenänderung $\frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta T$

α: Längenausdehnungskoeffizient

relative Volumenänderung $\frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta T$

γ: Volumenausdehnungskoeffizient

Festkörper $\gamma \approx 3\alpha$

γ ist für alle Gase bei kleinem Druck ($p \to 0$): $\gamma_{ideal} = \frac{1}{273{,}15 K} = 3661 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

Zustandsgleichung idealer Gase

1 mol Stoffmenge enthält genauso viele Teilchen wie Atome in 12 g $^{12}_{6}C$ enthalten sind, nämlich $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$ (Avogadrozahl)

Stoffmenge $\nu = \frac{N}{N_A}$ (N: Teilchenzahl; [ν] = mol)

Gesamtmasse $m = N\, m_M = \nu \cdot M_{mol}$

(m_M: Molekül- bzw. Atommasse; M_{mol}: molare Masse)

Einheit der molaren Masse M_{mol} : $[M_{mol}]$ = kg/mol

(A) $$\frac{p\,V}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Normalbedingungen: $p_0 = 1{,}01325 \cdot 10^5$ Pa ; $T_0 = 273{,}15$ K

Molvolumen eines idealen Gases bei p_0, T_0: $V_{m0} = 22{,}414 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{mol}$

(B) $p\,V = \nu\,R\,T$;R: universelle Gaskonstante

(C) $p\,V = N\,k\,T$;k: Boltzmannkonstante

(D) $p\,V = m\,R_s\,T$ **;**R_s spezifische Gaskonstante

R_s ist gasartabhängig

Gasgemische(z.B. Luft): $$R_{misch} = \frac{\sum_i R_i m_i}{\sum_i m_i}$$

Wärmeenergie, 1.Hauptsatz

Wärme für Temperaturänderung ohne Phasenübergang $\Delta Q = m\,c\,\Delta T = \nu\,C\,\Delta T$

c_v, c_p **spezifische Wärmekapazität** bei Volumen V=const. bzw. Druck p=const.

C_v,C_p **molare Wärmekapazität** " "

Bei Temperaturänderungen bei denen C = C(T) sich bemerkbar macht, rechnet man genau:

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \nu\,C(T)\,dT = \int_{T_1}^{T_2} m\,c(T)\,dT$$

Hauptsatz: Die Änderung der inneren Energie ΔU eines Systems ergibt sich aus der über die Systemgrenzen hinweg ausgetauschte Arbeit ΔW und Wärme ΔQ.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

differentielle Formulierung: $dU = \nu\,C_V\,dT - p\,dV$

Phasenübergang

Schmelz- bzw.

Verdampfungsenthalpie $\Delta H = \Delta Q_{Übergang} = m\Delta h_{Übergang} = \nu\Delta h_{m,Übergang}$

Δh spezifische- , Δh_m molare Umwandlungsenthalpie van-der-Waalsche Zustandsgl. $(p+\frac{a\nu^2}{V^2})(V-\nu b)=\nu RT$

relative Luftfeuchtigkeit $\varphi = \frac{\text{absolute Luftfeucht.}[g/m^3]}{\text{Sättigungsdampfdichte}} = \frac{p_{H_2O}}{p_S}$

p_{H_2O}: Partialdruck Wasserdampf; p_S: Sättigungsdampfdruck

Wärmetransport

1. Wärmeleitungsgleichung: Wärmestrom $\frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$ (stationär)

λ: Wärmeleitfähigkeit

planparallele Platte (Dicke d) $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\lambda \cdot A}{d}\Delta T = \frac{1}{R_\lambda}\Delta T$

$R_\lambda = \frac{d}{\lambda \cdot A}$ Wärmeleitwiderstand

mehrschichtige Platte (Dicken d_i) $R_\lambda = R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} \ldots$

Wärmeübergang (Konvektion) $\frac{dQ}{dt} = \alpha_K A \Delta T$

α_K: Wärmeübergangskoeffizient

Abkühlungsgesetz (z.B. Festkörper mit Wärmekapazität c_K in Luft)

$$T_K(t) - T_L = \left(T_K(0) - T_L\right)\exp\left(\frac{-\alpha_K \cdot A}{m \cdot c_K} \cdot t\right)$$

T_K: z.B. Festkörpertemperatur ; T_L: Wärmebadtemperatur (z.B. umgebende Luft)

Wärmedurchgang

mehrschichtige Wand $\frac{dQ}{dt} = kA\Delta T$

k: Wärmedurchgangskoeffizient

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_a}$$

Wärmestrahlung

Strahlungsfluss (Strahlungsleistung) $\Phi = P_s = \frac{dE}{dt}$

spezifische Ausstrahlung $M_e = \frac{\Phi}{A_S}$; A_S: Strahlerfläche

Absorptionsgrad $\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_o}$; Schwarzer Körper: $\alpha_s = 1$

Kirchhoffsches Strahlungsgesetz: $\Phi = \alpha\Phi_S$

Emissionsgrad = Absorptionsgrad

Stefan-Boltzmann Gesetz $\Phi = \varepsilon\sigma A T^4$ (grauer Strahler: $\varepsilon \neq \varepsilon(\lambda)$)

Strahlender Körper (T_K) in „schwarzer“ Umgebung (T_U): $\Phi = \varepsilon\sigma A (T_K{}^4 - T_U{}^4)$

Wiensches Verschiebungsgesetz $\lambda_{max} = \frac{a}{T}$

Kinetische Gastheorie (ideales Gas)

Grundgleichung (1atomiges Gas): $pV = \frac{1}{3} m < v^2 > \quad \Leftrightarrow$

$$< E_{kin} > = \frac{1}{2} m_M < v^2 > = \frac{3}{2} kT$$

Die mittlere Energie eines idealen Gasteilchens hängt nur von der Temperatur ab und ist dieser proportional.

mittlere Energie eines Moleküls: $< E_{therm} > = \frac{f}{2} kT$; f: Anzahl Freiheitsgrade

f = f (Translation) + f(Rotation) + f(Schwingung)

bzw. innere Energie des Gases $U = N \frac{f}{2} kT = \nu \frac{f}{2} RT$ (f: Freiheitsgrade)

Zustandsänderungen eines idealen Gases

(C_V und C_P seien konstant):

	Bezeichnung	Arbeit	Wärme
T = const.	„isotherm“	$\Delta W = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV$ $\Delta W = -\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta Q = -\Delta W$
V = const.	„isochor“	$\Delta W = 0$	$\Delta Q = \nu C_V \Delta T$ $C_V = \frac{f}{2} R$
p = const.	„isobar“	$\Delta W = -p (V_2 - V_1)$	$\Delta Q = \nu C_p \Delta T$ $C_p - C_V = R$
$\Delta Q = 0$	„adiabatisch“ γ „Isentropen-“ bzw. „Adiabatenexponent“	mit $p V^\gamma$ = const. $\Delta W = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV$	$\Delta Q = 0$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{2}{f}$